

al valore  $p = J^2 \log^{-1}$ ; quindi con una opportuna determinazione di  $r_0$  esso può essere occupato da una qualunque delle circonferenze considerate; p. es. facendo  $r_0 = R$  si ha la stessa circonferenza iniziale  $p = 0$ . Il parallelo minimo corrisponde a  $p = c_0$  ed ha il raggio nullo, cosicché la superficie di rotazione si avvicina asintoticamente al suo asse da una sola parte, mentre dall'altra è limitata dal piano del parallelo massimo col quale si accorda tangenzialmente. Su questa superficie si ravvolge infinite volte la superficie pseudosferica, terminata alla linea  $p = 0$ , se  $r_0 = R$ .

La curvatura tangenziale di un parallelo qualunque si trova essere  $-5$ , cioè eguale

$\int$

per tutti. Ora il raggio della curvatura tangenziale di un parallelo non è altro che la porzione di tangente al meridiano compresa fra il punto di contatto (sul parallelo considerato) e l'asse. Dunque per l'attuale superficie di rotazione questa porzione di tangente è costante, la curva meridiana è la nota *linea dalle tangenti costanti*, e la superficie generata è quella che si suole riguardare come tipo delle superficie di curvatura costante negativa \*).

D'altra parte le circonferenze geodetiche col centro all'infinito corrispondono manifestamente agli *orici* della geometria di LOBATSCHESKY (1. e. n° 31 e 32). Conservando questa denominazione noi possiamo dunque dire che un sistema di oricli concentrici si trasforma, mediante una flessione opportuna della superficie, nel sistema dei paralleli della superficie di rotazione generata dalla linea delle tangenti costanti.

Per avere una riprova della corrispondenza dei nostri oricli con quelli di LOBATSCHESKY, osserviamo che all'angolo diedro  $\omega$  di due piani meridiani corrispondono sui paralleli  $p_x$  e  $p_2$  i due archi  $s_x, s_2$  dati da

$$s_x = e^{K p_x}, \quad s_2 = e^{K p_2} \quad \text{dove,} \quad K = \frac{2}{R}$$

chiamando  $T$  la distanza  $p_2 - p_x$ , si trae

$$s_2 = s_x e^{K T}$$

formola che coincide con quella di LOBATSCHESKY (n° 33), salva la solita differenza nella scelta dell'unità.

L'espressione (17) dell'elemento lineare è indipendente dalle coordinate ( $w_0, t > 0$ ) del centro degli oricli considerati; inoltre abbiamo veduto che ciascuno degli oricli di un dato sistema può prendere il posto del parallelo massimo. Possiamo dunque con-

\*) LIOUVILLE nella nota IV alla *Application de l'Analyse a la Geometrie* di MONGE, Paris, 1850.